

Symbolerklärung

x	Output	$p(x)$	Preis
r_i	Inputfaktor	$E(x)$	Erlös (Umsatz)
a_i	Produktionskoeffizient	$G(x)$	Gewinn
q_i	Faktorpreise	d	Intensität
RTS	Substitutionsrate	d_{opt}	Optimale Intensität
MPi	Grenzproduktivität	d_{sp}	Intensität bei Splitting
APi	Durchschnittsproduktivität	T	Zeit
c	Homogenitätsgrad	m	Anzahl Maschinen
$K(x)$	Vollkosten	$v(d)$	Verbrauchsfunktion
$K_v(x)$	Variable Kosten	r	Zinssatz
K_{fix}	Produktionsunabhängige Fixkosten	KW	Kapitalwert
$k(x)$	Durchschnittskosten	A	Anfangsinvestition
$k_v(x)$	Variable Durchschnittskosten	Q_t	Kapitalrückfluß
		ρ	Annuitätenfaktor
		P	Annuität

1 Produktionstheorie

$$x = f(r_1, \dots, r_n) \quad \text{Produktionsfunktion.}$$

$$a_i = \frac{r_i}{x} \rightarrow r_i = a_i x$$

$\frac{r_i}{r_j} = \text{const}, a_i = \frac{r_i}{x} = \text{const}$ Bedingung für *limitationale* Produktionsprozesse: Das Verhältnis der Inputfaktoren zueinander und zum Output ist konstant.

$RTS = \left| \frac{dr_1}{dr_2} \right|$ Bei nicht limitationalen Prozessen können Inputfaktoren gegeneinander „getauscht“ werden.

$$MPi = \frac{\partial x}{\partial r_i} = \frac{\partial f(r_1, \dots, r_n)}{\partial r_i} \quad \text{Grenzproduktivität.}$$

$APi = \frac{x - \bar{x}}{r_i}, \bar{x} = f(r_1, \dots, r_n)$ mit $r_i = 0$ Durchschnittsproduktivität.

$x = \mu^c f(r_1, \dots, r_n) = f(\mu r_1, \dots, \mu r_n)$ Erhöht man *alle* Inputfaktoren um μ dann erhöht sich der Output um μ^c .

2 Kostentheorie

$$K(x) = \sum_{i=1}^n q_i r_i, K(x) = K_v(x) + K_{fix} \quad \text{Kostenfunktion.}$$

$$k(x) = \frac{K(x)}{x} \quad \text{Durchschnittskosten zu Vollkosten.}$$

$k_v(x) = \frac{K_v(x)}{x} \rightarrow K_v(x) = k_v(x)x$ Durchschnittskosten zu variablen Kosten.

$$K'(x) = \frac{dK(x)}{dx} = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{MPi} \quad \text{Grenzkosten.}$$

$\frac{q_1}{q_2} = \frac{MP1}{MP2} = -\frac{dr_2}{dr_1}$ Expansionspfad, Minimalkostenkombination.

$$\mathcal{L} = q_1 r_1 + q_2 r_2 + \lambda(f(r_1, r_2) - x) \quad \text{Lagrange'scher Ansatz.}$$

3 Preistheorie

$$p(x) = p^0 - bx \quad \text{Preis-Absatz Funktion.}$$

$$E(x) = p(x)x \quad \text{Erlösfunktion.}$$

$$G(x) = E(x) - K(x) \quad \text{Gewinnfunktion.}$$

$$G(x) = 0 \leftrightarrow E(x) = K(x) \quad \text{Gewinnschwelle, Break-even.}$$

$$\max(G(x)) \rightarrow G'(x) = 0 \leftrightarrow K'(x) = E'(x) \quad \text{Gewinnmaximum.}$$

$$\min(k(x)) \rightarrow k'(x) = 0 \quad \text{Betrieboptimum.}$$

$$\min(k_v(x)) \rightarrow k'_v(x) = 0 \quad \text{Betriebsminimum.}$$

$$\max(E(x)) \rightarrow E'(x) = 0 \quad \text{Umsatzmaximum.}$$

4 Theorie der Anpassung

$$x = dTm \rightarrow d = \frac{x}{Tm} \quad \text{Output abhängig von der Intensität.}$$

$k_v(d) = \sum_{i=1}^n q_i v_i(d)$ Variable Stückkosten. Aggregierte, monetäre Verbrauchsfunktion.

$$d_{opt} \leftarrow \min(k_v(d)) \rightarrow k'_v(d) = 0 \quad \text{Optimale Intensität.}$$

$$d_{sp} \leftarrow \min\left(\frac{k_v(d)d - k_v(d_{min})d_{min}}{d - d_{min}}\right) \quad \text{Intensitätssplitting.}$$

5 Beschaffung, Bereitstellung

$$K = K_B + K_L + rp = C_B \frac{r}{q} + C_L \frac{q}{2} + rp \quad \text{Gesamtkosten}$$

$$q = \sqrt{\frac{2C_B r}{C_L}} \quad \text{Optimale Bestellmenge}$$

$$m = \frac{r \cdot \text{Lieferzeit}}{\text{Arbeitsstage}} \quad \text{Optimale Meldemenge}$$

$$f = \frac{r}{q} = \frac{\text{Arbeitsstage}}{T} \quad \text{Bestellfrequenz}$$

6 Investitionsrechnung

$$KW = -A + \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{(1+r)^i} \quad \text{Kapitalwert nach } n \text{ Perioden.}$$

$$\rho = \frac{(1+r)^n r}{(1+r)^n - 1}, \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(1+r)^n r}{(1+r)^n - 1} \right) = r \quad \text{Annuitätenfaktor}$$

$$P = \rho \cdot KW \quad \text{Annuität}$$

$KW = 0 = -A + \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{(1+r)^i}$ Interner Zinsfuß. Zinssatz bei dem Kapitalwert 0 ist.